LPM 2010/2011	GEOMETRIE DANS L'ESPACE	Prof: MOHAMED BENZINA
	MATHEMATIQUE	Classe 3A

EXERCICE N° 1 :

L'espace ζ est muni d'un repère orthonormé direct

Soit les droites $\Delta: \begin{cases} x = 1-\alpha \\ y = 1+\alpha \\ z = -2+3\alpha \end{cases}$; $(\alpha \in \mathbb{R})$, $\Delta': \begin{cases} x = -1-\beta \\ y = 3-\beta \\ z = 4 \end{cases}$; $(\beta \in \mathbb{R})$

1) a) Montrer que Δ et Δ' sont deux droites sécantes.
   b) Déterminer les coordonnées du point E intersection des droites Δ et Δ'.
2) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P contenant Δ et Δ' est $3x - 3y + 2z + 4 = 0$
3) Soit $Q: x + y = 0$.
   a) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.
   b) Déterminer une équation paramétrique de leur droite d'intersection D.
4) Soit $A(1,2,-1)$.
   a) Calculer $d\ (A,P)$ et $d\ (A,Q)$.
   b) En déduire $d\ (A,D)$.
   c) Retrouver par une autre méthode $d\ (A,D)$.
5) a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q' contenant A et perpendiculaire à D.
   b) Déterminer les coordonnées du point B intersection des trois plans P, Q et Q'.

EXERCICE N° 2 :

On considère la droite D: $\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = -\alpha - 1 \\ z = \alpha \end{cases}$ et le point A(2,0,-3)

1) Définir la droite D par un point B et un vecteur directeur $\vec{u}$
2) a) Vérifier que le point A n'appartient pas à la droite D
   b) Donner une représentation paramétrique puis une équation cartésienne du plan P Contenant A et D
3) Soit Δ la droite définie par: $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$
   a) Montrer que D et Δ ne sont pas coplanaires
   b) Donner les coordonnées du point d'intersection de Δ et P

EXERCICE N° 3 :

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.On donne les points A(1,-1,1) B(3,0,0) et C(2,1,3)

1) Montrer qu'il existe un unique plan Q passant par les points A, B et C .
   Donner une équation cartésienne Q
2) Soit P_m : mx+(m-2)y+(2-m)z+1=0où m est un paramètre réel
   a) Déterminer le réel m pour que $A \in P_m$
   b) Existe-t-il un réel m pour que P_m et Q soient parallèles
3) Montrer que les plans Q et P_3 sont sécants selon une droite D que l'on précisera

EXERCICE N° 4 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points A(1, 2, -1) et B(2, 1, 1)

1) Trouver une équation du plan Q passant par A et perpendiculaire à la droite (AB)
2) Soit P_m le plan d'équation : x + y + m -3 = 0, où m est paramètre réel.
   a) Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan P_m.
   b) Pour quelle valeur de m la droite (AB) est-elle incluse dans le plan P_m ?
   c) Montrer que le plan P_m est perpendiculaire au plan Q
3) Soit A′ et B′ les projetés orthogonaux de A et B sur le plan P_m
   Déterminer les valeurs de m pour que ABB′A′ soit un carré.
4) On prend m = $2\sqrt{3}$
   a) Calculer la surface du quadrilatère ABB′A′.
   b) Calculer la distance du point O au plan (ABB′).

EXERCICE N° 5 :

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la famille des plans P_m : (m+1) x + (3-m) y + (5 – 2m) z + 3m -1 = 0. où m est un paramètre réel.

1) Vérifier que les points I(-2,1,0) et J(-1, -6,4) appartiennent à P_m $\forall m \in IR$
2) En déduire que tous les plans P_m contiennent une droite Δ dont on donnera les équations paramétriques
3) Soit le plan Q : x – y – 2z + 3 = 0.
   a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q′ de la famille des plans P_m perpendiculaires à Q.
   b) Montrer que Δ est incluse dans Q.
   c) En déduire que $Q' \cap Q = \Delta$
4) Soit le poins A (1, 2,-1) et D la droite dont une représentation paramétrique est

$$D:\begin{cases} x = \alpha - 1 \\ y = -\alpha \\ z = -2\alpha + 2 \end{cases}$$

   a) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur D
   b) En déduire la distance du point A à la droite D.